PS2315 Trimestre Oct-Feb 2013-4
Tarea 1

La tarea deberá ser entregada el jueves 13 al entrar a clases.
Nota: Este trimestre no se aceptarán, bajo ninguna circunstancia, tareas mas alla del período especificado para su entrega.
Leer las secciones: 1.1, 1.2 (incluyendo las secciones sobre señales generalizadas), 2.2, y 2.6 del libro Texto: Fundamento de señales y Sistemas usando la Web y Matlab. de Edward Kamen y Bonnie S. Heck. Prentince Hall. Tercera edición

Parte I. (Consolidación de Conocimientos)

1. Empleando la conocida relación de Euler

$$e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta$$

con $j = \sqrt{-1}$, demuestre que

(a) $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$

(b) $\sin\theta\cos\theta = \frac{1}{2}\sin 2\theta$

(c) $\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$

(d) $\sin(\theta \pm \phi) = \sin\theta\cos\phi \pm \cos\theta\sin\phi$

(e) $\cos(\theta \pm \phi) = \cos\theta\cos\phi \mp \sin\theta\sin\phi$

2. Se sabe que

$$y(t) = Ae^{\gamma t}\cos(\omega t + \phi) = (1+j)\,e^{(-2+5j)t} + (1-j)\,e^{(-2-5j)t}$$

(a) Encuentre A, γ, ω, y ϕ.

(b) Grafique la señal $g(t) = y(t)\,esc(t)$

(c) Grafique la señal $f(t) = -2trian_2(t+3) + 2rect(t+1) + g(t)\,,\ t \in (-\infty, +\infty)$

3. Demuestre que toda señal $f \in S_e$ puede expresarse como

$$f(\lambda) = f_{par}(\lambda) + f_{impar}(\lambda)$$

$\lambda \in T$. Ilustre su resultado "descomponiendo" la señal $f(k) = triang_2(k-1)$ en sus componentes par e impar.

(a) Dada una señal $f \in S_e$, se define como la media temporal, promedio o valor dc de f a la expresión

$$f_{dc} = \langle f \rangle = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{long(T)} \circledS \int_{\lambda\in T} f(\lambda)\,\mu(\lambda)\,,$$

con $T = [-N, N]$. Mientras que la componente AC o alterna de la señla f se define como

$$f_{ac}(\lambda) = f(\lambda) - f_{dc}$$

y por lo tanto

$$f = f_{dc} + f_{ac}$$

Por otro lado, la potencia "promedio" de la señal $f \in S_e$ (de existir o ser finita) se define como

$$pot(f) = \langle f^2 \rangle = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{long(T)} Ⓢ \int_{\lambda \in T} |f(\lambda)|^2 \mu(\lambda) < \infty$$

Demuestre que para toda señal f

$$pot(f) = pot(f_{dc}) + pot(f_{ac})$$

(b) Demuestre que si $f = f_{par} + f_{impar,}$ entonces

$$pot(f) = pot(f_{par}) + pot(f_{impar})$$

Parte II. Desarrollo de Habilidades y Extensión de Conocimientos

1. Sea $u(k)$ una señal de tiempo discreto tal que (i) $u(k) = 0, k < 0$ y $k > 11$; (ii) $u(k)$ no es decreciente en el intervalo discreto $[0, 11]$, por lo tanto

$$u(0) \le u(1) \le \cdots \le u(11)$$

Defina la señal de tiempo discreto: para $k \in Z$

$$y(k) = u(k+8) + u(-k+8)$$

(a) Demuestre que $y(k)$ es una señal par.

(b) Demuestre que $y(k) = 0$ para $k < -8$ y $k > 8$.

(c) Dado que

k	-8	0	1	2	3
$y(k)$	1	2	3	5	7

determine y grafique $u(k), k \in Z$.

2. Generalmente la descomposición de una señal f como la suma de otras señales elementales $\{f_i\}_{i \in Z}$, o sea, para cada $\lambda \in T$,

$$f(\lambda) = \sum_{iseZ} f_i(\lambda) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} f_i(\lambda)$$

se realiza mejor de una manera analítica que gráfica. Por ejemplo, si un instrumento musical genera una una nota pura de frecuencia $f_a =$ Hertz

$$f(t) = \cos(2\pi f_a t), t \in (-\infty, +\infty)$$

y esta se transmite por una estación de radio que opera a una frecuencia de $f_c = 71$ Khz (71000 $Hz.$), la señal actual transmitida (la que sale de la antena de transmisión) y recibida (idealmente) en la antena del receptor de radio es

$$\begin{aligned} v(t) &= E(1 + mf(t))\cos(\omega_c t) && (1) \\ & E(1 + m\cos\omega_0 t)\cos(\omega_c t) && (2) \end{aligned}$$

donde

$$\omega_0 = 2\pi f_0, \quad \omega_c = 2\pi f_c, \quad m > 1$$

La señal transmitida $v(t)$ se denomina una señal modulada en amplitud (AM) (ver 1), ya que cuando se grafica con respecto al tiempo se parece a una señal cosenoidal de frecuencia $\omega_c = 2\pi\left(71.10^3\right) rad/seg$ y cuya amplitud varía cosenoidalmente a la frecuencia f_a.

(a) Grafique usando Scilab la señal $v(t)$ para cuando $f_a = 710Hz.$, $f_c = 71\ Khz$, $m = 0.5$ y $E = 2$. La grafica a presentar debe estar correctamente identificados (ambos ejes) y titulada "Ejemplo de una señal AM", además deberá aparecer su nombre y apellido en una segunda linea del título principal de la señal AM bajo estudio.

(b) Exprese a la señal transmitida como la suma de tres señales senoidales y/o cosenoidales empleando fórmulas demostradas en esta tarea.

(c) Repita para cuando la señal a transmitir es $f(t) = rect\left(t - \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{3} triang_2(t-4)$. Recuerde entregar el código (bien comentado) empleado en Scilab para obtener dicho resultado.

3. Considere las siguientes tres señales de tiempo continuo: $f(t) = rect_2(t)$, $g(t) = -\frac{1}{2} trian_1(t-2)$ y $h(t) = 5rect_{\frac{1}{5}}(t)$, $t \in (-\infty, +\infty)$. Determine y grafique: a) $f * g$, b) $(f * g) * h$

4. Considere las siguientes tres señales de tiempo continuo: $f(t) = rect_2(t)$, $g(t) = -\frac{1}{2} trian_1(t-2)$ y $h(t) = 5rect_{\frac{1}{5}}(t)$, $t \in (-\infty, +\infty)$. Determine y grafique las siguientes correlaciones: a) $f \otimes g$, b) $f \otimes h$

Parte III. Desarrollo de Habilidades Computacionales

1. *Usando Scilab programe:*

(a) *Una "función" que reproduzca una señal escalon en un intervalo de tiempo finito dado y tenga como parametros de entrada: la base de tiempo, desplazamiento y el escalamiento en el tiempo.*

(b) *Una "función" que reproduzca una señal rampa en un intervalo de tiempo finito dado y tenga como parametros de entrada: la base de tiempo, desplazamiento y el escalamiento en el tiempo.*

(c) *Una función que pueda cuantizar una señal "analogica" con un tamaño de cuantización Q y tenga como parametros de entrada: el tamaño de cuantización, el eje de tiempo y la señal a cuantizar.*

2. Empleando las funciones anteriores en donde sea necesario grafique:

(a) $f(t) = t^2, \ \ t \in [0, 3]$

(b) $g(t) = \sin(10t), \ \ t \in [0, 3]$

(c) $h(t) = f(t)g(t), \quad t \in [0,3]$

3. Averigue como graficar señales de tiempo discreto en Scilab y grafique:

(a) $u(k) = esc(k) - 2esc(k-1) + esc(k-4);$

(b) $u(k) = (k+2)esc(k+2) - 2esc(k) - k.esc(k-4);$

(c) $u(k) = e^{-0.8k}esc(k+1) + esc(k);$

Nota: Este trimestre se evaluarán formalmente todos los problemas que requieran el uso de Scilab. En consecuencia, se les exige a todos los estudiantes, suministrar copia de los programas o códigos de Scilab usados en la solución de algunos problemas asignados en las tareas. Estos códigos deberán estar identificados con el Nombre y Carnet del autor y adecuadamente comentados para facilitar su comprensión y evaluación. De no cumplirse este último requisito, el problema en cuestión no será corregido y se le asignará la nota "CERO".